

Chapitre 12

Statistiques descriptives

12.1 Vocabulaire

Effectuer une étude statistique consiste à exploiter des informations sur un ensemble, appelé **population**, constitué d'**individus**. L'étude porte sur un **caractère** (ex. âge, taille, couleur des yeux...). Le caractère peut être **qualitatif** (ex. couleur des yeux) ou **quantitatif** (ex. poids). La variable est dite **discrète** si elle ne prend que des valeurs isolées. Elle est dite **continue** si elle peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle de \mathbb{R} . Le nombre d'individus d'une valeur est l'**effectif** de cette valeur. Le nombre d'individus de la population est l'**effectif total**.

12.2 Représentation

On représente les variables statistiques sous forme de diagramme en bâtons, histogramme ou de graphique circulaire à l'aide des fréquences de chaque valeur du caractère.

12.3 Caractéristiques de dispersion et de position

1. **La moyenne** : Soient n valeurs de la variable. Si cette variable prend p valeurs distinctes ($p \leq n$), x_1, \dots, x_p , d'effectifs respectifs n_1, \dots, n_p alors la moyenne est donnée par :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i$$

Propriété 1 Si pour tout $i \in \mathbb{N}_p$ on opère un changement de variable affine $x'_i = ax_i + b$ avec ($a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$) alors on a : $\bar{x}' = a\bar{x} + b$

2. **La variance** : la variance est un indicateur de dispersion de la variable statistique.

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

3. **L'écart-type** : l'écart-type est un indicateur de dispersion et il est égal à la racine carrée de la variance :

$$\sigma = \sqrt{V}$$

Propriété 2 Si pour tout $i \in \mathbb{N}_p$ on opère un changement de variable affine $x'_i = ax_i + b$ avec ($a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$) alors on a : $V_{x'} = a^2V_x$ et $\sigma_{x'} = |a|\sigma_x$.

4. La médiane, premier quartile et troisième quartile :

- On appelle **médiane** une valeur partageant la population en deux groupes de même effectif.
- On appelle **premier quartile** Q_1 la plus petite valeur telle qu'au moins 25 % des termes de la série aient une valeur du caractère qui lui soit inférieur ou égale.
- On appelle **troisième quartile** Q_3 la plus petite valeur telle qu'au moins 75 % des termes de la série aient une valeur du caractère qui lui soit inférieure ou égale.

L'intervalle interquartile est l'intervalle $[Q_1; Q_3]$. La différence $I = Q_3 - Q_1$ s'appelle l'écart interquartile. On définit de même le premier et neuvième décile, en partageant la population en groupes de 10%.

12.4 Variables continues

Représentation et calculs

Pour des variables continues, on regroupe les données dans des classes (intervalles) adjacentes dont les amplitudes ne sont pas forcément égales. Pour les différents indicateurs statistiques, on utilise pour les calculs les centres des classes comme l'indique le tableau ci-dessous :

Classes	$[X_0; X_1[$	$[X_1; X_2[$	$[X_{p-1}; X_p]$
Centre des classes	x_1	x_2	x_p
Effectifs	n_1	n_2	n_p
Fréquences	$\frac{n_1}{N}$	$\frac{n_2}{N}$	$\frac{n_p}{N}$

avec $x_i = \frac{X_i + X_{i+1}}{2}$

12.5 Diagrammes de Tuckey ou boîtes à moustaches

On appelle diagramme de Tuckey ou diagramme en boîtes ou encore boîtes à moustaches un diagramme sur lequel sont indiquées les caractéristiques suivantes : minimum, premier quartile, médiane, troisième quartile et maximum.

Exemple : Un sondage sur la durée hebdomadaire de fréquentation de la télévision, réalisé sur un échantillon de 200 personnes, a donné des résultats consignés dans le tableau suivant :

Durée hebdo	$[0; 2[$	$[2; 4[$	$[4; 6[$	$[6; 8[$	$[8; 10[$	$[10; 11[$	$[11; 12[$	$[12; 13[$	$[13; 14[$	$[14; 16[$	$[16; 18[$
Effectif	1	1	8	14	24	26	30	40	30	20	6

1. Déterminer à 10^{-2} près la moyenne \bar{x} .
On a $\bar{x} \simeq 11,42$ soit 11 heures et 25 minutes
2. Déterminer la médiane, les premier et troisième quartiles.
On a $Q_1 = 10,5$; $Med = 11,5$ et $Q_3 = 13,5$.
3. Représenter la série sous forme de "boîte à moustaches".

