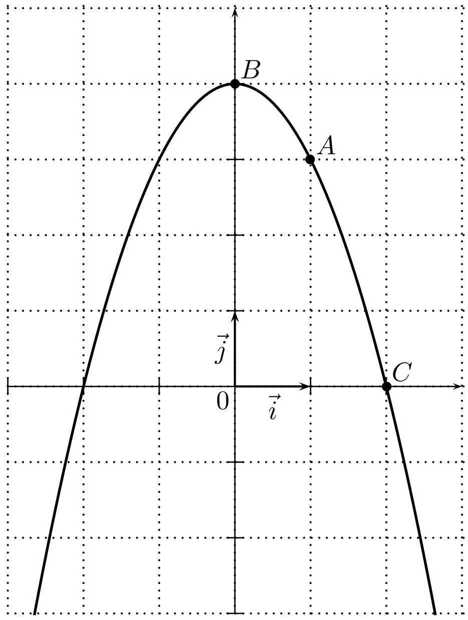
Soit f la fonction définie, sur $\mathbb{R}$, par :

$$f(x) = 4 - x^2$$

et $\mathscr{P}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$. On se propose de déterminer les coefficients directeurs des sécantes à $\mathscr{P}$ passant par le point $A(1\,;\,3)$.

1.
   (a) Montrer que A est un point de $\mathscr{P}$.

   (b) Déterminer les coeffcients directeurs des droites (AB) et (AC).



2. h est un réel non-nul et M est le point de $\mathscr{P}$ d'abscisse $1 + h$.
   (a) Quelles sont les coordonnées de M ?

   (b) Calculer le coefficient directeur m de la droite (AM) pour $h = 0,5$ et pour $h = -0,1$.
3. **Utilisation de Geogebra** [1]
   (a) Construire la parabole $\mathscr{P}$, les points A et M, et faire afficher le coefficient directeur de (AM)

   (b) En déplaçant le point M sur la courbe $\mathscr{P}$, conjecturer la position de la sécante lorsque M se rapproche de A.
4. (a) Pour $h \neq 0$, vérifier que $\dfrac{f(1+h) - f(1)}{h} = -2 - h$.

   (b) Lorsque M se rapproche de A, h tend vers 0.
   Vers quelle valeur tend le coefficient directeur de la sécante (AM) ?

   (c) Interprétation graphique de ce résultat :

> Géométriquement, lorsque le point M se rapproche du point A de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a, en restant sur la courbe $\mathscr{C}_f$, la sécante (AM) pivote autour du point A.
> Si le coefficient directeur de la sécante $\dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$ admet une limite finie lorsque h tend vers 0, alors la sécante (AM) prend une position limite appellée **la tangente en A à la courbe $\mathscr{C}_f$**.
> Le coefficient directeur de cette tangente est :
>
> $$\lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

[1] logiciel libre et multiplateforme site officiel : http ://www.geogebra.at