Exercice 1 :

Soient les fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R} - \{-1\}$ par :

$$f(x) = 2x + 1 \text{ et } g(x) = \frac{1}{x+1}$$

. On considère les courbes représentatives $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ des fonctions f et g dans le repère. $(O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$

1. Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et de$\mathscr{C}_g$

Exercice 2 : Soit $ABCD$ un carré de centre O et de côté a. On note I le milieu de $[AB]$. Soit $\mathscr{E}$ l'ensemble des points M tels que :

$$||\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|| = \frac{a}{2}.$$

1. Démontrer que le point I appartient à $\mathscr{E}$.
2. Déterminer et tracer l'ensemble $\mathscr{E}$.

Exercice 3 : Répondre par vrai ou faux aux assertions suivantes. On demande une démonstration si l'assertion est vraie et un contre-exemple si l'assertion est fausse.

Soit I un intervalle symétrique de $\mathbb{R}$, toutes les fonctions de cet exercice sont définies sur l'intervalle I.

1. Si f est une fonction paire et g une fonction impaire alors la fonction $h : \left\{ \begin{array}{lcl} I & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & f(x) \times g(x) \end{array} \right.$ est une fonction impaire.
2. Si une fonction est croissante alors elle ne peut pas être impaire.
3. Il n'existe pas de fontion à la fois paire et impaire.
4. Si f est une fonction impaire alors la fonction $k : \left\{ \begin{array}{lcl} I & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & |f(x)| \end{array} \right.$ est une fonction paire.

Exercice 4 : On considère un quadrilatère $ABCD$ convexe. Soit F le milieu de $[AD]$, G le centre de gravité du triangle ABC et E le point tel que : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{DC}$.

1. Déterminer trois réels x, y et z tels que D soit le barycentre de (E, x), (B, y) et (C, z).
2. Exprimer F comme un barycentre de A et de D.
3. En déduire que F est le barycente $(A, 1)$,$(B, 1)$,$(C, 1)$ et $(E, -1)$ puis que les points F,G et E sont alignés.