Mathématiques - brevet de technicien supérieur
session 2002 - groupement D

Saisi par Abdellatif KBIDA http ://akbida.free.fr/

Exercice 1 [11 points]
Les trois parties traités indépendamment l'une de l'autre.
Pour une étude cardio-vasculaire, on effectue une perfusion lente à débit constant d'une solution marquée par un indicateur radioactif.

Partie A : Etude expérimentale

On relève l'évolution de la concentration au niveau du ventricule droit et on obtient les résultats suivants :

i	1	2	3	4	5	6	7
t_i : temps en minutes	0	2	4	6	8	10	12
c_i : concentration en microgrammes par cm^3	0	54	84	100	109	114	117

Dans cette partie, les résultats seront arrondis au centième le plus proche.

1. On pose $z_i = \ln(120 - c_i)$. Donner les valeurs de z_i pour i variant de 1 à 7.
2. Déterminer par les méthodes des moindres carrés une équation de la droite de régression de z en t.
3. Donner une expression de la concentration c en fonction de t déduite de cet ajustement.

Partie B : Résolution d'une équation différentielle

On admet que la fonction c est solution de l'équation différentielle (E) : $y' + 0,3y = 36$.

1. Résoudre l'équation différentielle : $y' + 0,3y = 0$.
2. Déterminer une solution constante de l'équation différentielle (E).
3. En déduire les solutions de (E) et donner la fonction c solution qui vérifie $c(0) = 0$.

Partie C : Etude d'une fonction

Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(t) = 120(1 - e^{-0,3t})$.

1. Chercher les variations de f sur $[0; +\infty[$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$; que peut-on en déduire pour sa courbe représentative.
3. Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal (unités : 1,5 cm pour une unité en abscisse et 1mm pour une unité en ordonnés).
4. Calculer la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[2; 12]$ et en donner une valeur approchée à une unité près.

Exercice 2 [9 points]
Un atelier produit en grande série des disques de diamètre nominal 25 mm.
Partie A

On désigne par X la variable aléatoire qui à chaque disque de la production associe son diamètre en mm. On admet que X suit une loi normale de moyenne m et d'écart type σ. Un dsique est considéré comme valable si son diamètre est compris entre 24,90 mm et 25,08 mm, sinon il est considéré comme defectueux.

1. On suppose que $\sigma = 0,04$. Calculer la probbilité q'un disque pris au hasard dans la production soit defectueux, dans chacun des deux cas suivant :
   a. $m = 25$

b. $m = 24,99$

2. On note $\overline{X}$ la variable aléatoire qui à chaque échantillon de 100 disques de la production associe la moyenne des diamètres de ces 100 disques. On admet que $\overline{X}$ suit une loi normale de moyenne m et d'écart type $0,04$.

On prélève au hasard et avec remise un échantillon de 100 disques dans la production on souhaite construire un test bilatéral de validité d'hypothèse ,pour savoir si l'on peut considéré, au risque 5% que la moyenne m des disques de la production est égale à 25

a. Sous l'hypthèse nulle H_0 $(m = 25)$ calculer la valeur du réel d tel que :
$P(|\overline{X} - 25| < d) = 0,95)$.

b. La moyenne des diamètres des 100 disques de l'échantillon prélevé dans la production est $24,994$. Quelle est la conclusion du test ?

Partie B

On suppose que 3% des disques de laproduction sont défectueux. On prélève au hasard un lot de 60 disques dans la production ; la production étant très importante, ce prélèvement peut être assimilé à un tirage ave remise.
On désigne par Y la variable aléatoire qui, à chaque lot de 60 disques, associe le nombre de disques défectueux.

1. **a.** Quelle est la loi suivie par Y ? Donner ses paramètres.

b. Calculer la probabilité qu'un lot de 60 disques contienne au moins deux disques défectueux (arrondir au millième le plus proche).

2. On admet que la loi de Y peut être approchée par une loi de Poisson.

a. donner le paramètre de cette loi de Poisson.

b. En utilisant cette loi de Poisson, calculer la probabilité qu 'un lot de 60 disques contienne au moins deux disques défectueux (arrondir au millième le plus proche).