

**Exercice 1**

Un médicament est injecté par voie intramusculaire. Il passe du muscle au sang, puis est éliminé par les reins. On désigne par  $f(t)$  la quantité de médicament (en millilitres) contenue dans le sang à l'instant  $t$  (en heures). Un étude à permis de constater que, pour tout  $t$  de  $[0; +\infty[$ , on a :

$$f(t) = q(e^{-0,5t} - e^{-t})$$

avec  $q > 0$  la quantité de médicament injecté à l'instant  $t = 0$ .

1. Etude des variations de la fonction  $f$ .

- (a) Montrer que pour tout  $t$  de  $[0; +\infty[$  on a  $f'(t) = qe^{-t}(1 - 0,5e^{0,5t})$ .
- (b) Résoudre dans l'intervalle  $[0; +\infty[$  l'inéquation  $f'(t) \geq 0$ .
- (c) Montrer que  $f$  admet un maximum.
- (d) En déduire le tableau de variations de  $f$ .
- (e) Déterminer la limite de  $f$  en  $+\infty$ .

2. Contrôle des effets du médicament.

La quantité contenue dans le sang ne doit pas dépasser le seuil de toxicité  $S_M = 2,6$ .

Le médicament est efficace si la quantité contenue dans le sang est supérieure ou égale à  $S_m = 1,5$ .

- (a) En utilisant la question 1 (c), déterminer les valeurs de  $q$  que l'on peut injecter telles qu'à aucun moment la quantité dans le sang ne soit toxique.
- (b) On pose  $q = 10$ , soit  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthogonal, et sa tangente  $\Delta$  au point d'abscisse 0. Déterminer un équation réduite de  $\Delta$ , puis tracer  $\Delta$  et  $\mathcal{C}_f$ .
- (c) Déterminer graphiquement l'intervalle de temps pendant lequel le médicament est efficace.

