

Exercice 1

Un médicament est injecté par voie intramusculaire. Il passe du muscle au sang, puis est éliminé par les reins. On désigne par $f(t)$ la quantité de médicament (en millilitres) contenue dans le sang à l'instant t (en heures). Un étude à permis de constater que, pour tout t de $[0; +\infty[$, on a :

$$f(t) = q(e^{-0,5t} - e^{-t})$$

avec $q > 0$ la quantité de médicament injecté à l'instant $t = 0$.

1. Etude des variations de la fonction f .

- (a) Montrer que pour tout t de $[0; +\infty[$ on a $f'(t) = qe^{-t}(1 - 0,5e^{0,5t})$.
- (b) Résoudre dans l'intervalle $[0; +\infty[$ l'inéquation $f'(t) \geq 0$.
- (c) Montrer que f admet un maximum.
- (d) En déduire le tableau de variations de f .
- (e) Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. Contrôle des effets du médicament.

La quantité contenue dans le sang ne doit pas dépasser le seuil de toxicité $S_M = 2,6$.

Le médicament est efficace si la quantité contenue dans le sang est supérieure ou égale à $S_m = 1,5$.

- (a) En utilisant la question 1 (c), déterminer les valeurs de q que l'on peut injecter telles qu'à aucun moment la quantité dans le sang ne soit toxique.
- (b) On pose $q = 10$, soit \mathcal{C}_f la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal, et sa tangente Δ au point d'abscisse 0. Déterminer une équation réduite de Δ , puis tracer Δ et \mathcal{C}_f .
- (c) Déterminer graphiquement l'intervalle de temps pendant lequel le médicament est efficace.

