

**Exercice 1** 8 points

Le tableau suivant donne les résultats obtenus à partir de 10 essais de laboratoire concernant la charge de rupture d'un acier en fonction de sa teneur en carbone.

Teneur en carbone $x_i$	70	60	68	64	66	64	62	70	74	62
Charge de rupture $y_i$ (en kg)	87	71	79	74	79	80	75	86	95	70

1. Représenter graphiquement le nuage de points  $(x_i, y_i)$ . On prendra 1 cm en abscisse pour une unité, en représentant les abscisses à partir de la valeur 60. En ordonnée, on prendra 1 cm pour 2 kg, en représentant les ordonnées à partir de 70.
2. Calculer les coordonnées du point moyen de ce nuage.
3. Déterminer une équation de la forme  $y = ax + b$  de la droite  $D$  de régression de  $y$  en  $x$  par la méthode des moindres carrés. On donnera des valeurs approchées des coefficients  $a$  et  $b$  à  $10^{-3}$  près.
4. Tracer la droite  $D$  sur le graphique.
5. Un acier a une teneur en carbone de 77. Donner une estimation de sa charge de rupture.

**Exercice 2** 12 points

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$ , et  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$  dans le repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  puis déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$ . En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu en 1.
3. Démontrer que, pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ ,  $f'(x) = (1 - x^2)e^{-x}$ .
4. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $f'(x) \geq 0$ .
5. En déduire le sens de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ . La fonction  $f$  admet-elle un maximum local ?
6. Donner une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 0.
7. Tracer  $\mathcal{C}_f$  et  $T$ .

