

Exercice 1 8 points

Le tableau suivant donne les résultats obtenus à partir de 10 essais de laboratoire concernant la charge de rupture d'un acier en fonction de sa teneur en carbone.

Teneur en carbone x_i	70	60	68	64	66	64	62	70	74	62
Charge de rupture y_i (en kg)	87	71	79	74	79	80	75	86	95	70

1. Représenter graphiquement le nuage de points (x_i, y_i) . On prendra 1 cm en abscisse pour une unité, en représentant les abscisses à partir de la valeur 60. En ordonnée, on prendra 1 cm pour 2 kg, en représentant les ordonnées à partir de 70.
2. Calculer les coordonnées du point moyen de ce nuage.
3. Déterminer une équation de la forme $y = ax + b$ de la droite D de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. On donnera des valeurs approchées des coefficients a et b à 10^{-3} près.
4. Tracer la droite D sur le graphique.
5. Un acier a une teneur en carbone de 77. Donner une estimation de sa charge de rupture.

Exercice 2 12 points

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$, et \mathcal{C}_f la courbe représentative de f dans le repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{-x}$. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Interpréter graphiquement le résultat obtenu en 1.
3. Démontrer que, pour tout x de \mathbb{R} , $f'(x) = (1 - x^2)e^{-x}$.
4. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $f'(x) \geq 0$.
5. En déduire le sens de variation de f sur \mathbb{R} . La fonction f admet-elle un maximum local ?
6. Donner une équation de la tangente T à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 0.
7. Tracer \mathcal{C}_f et T .

