

Tiré de la banque d'exercices <http://eduscol.education.fr/D0056/exmathsSTG.htm>

Exercice 1

Un menuisier fabrique des armoires et des buffets.

Il dispose pour cela d'au maximum 40 heures par semaine et d'au maximum 25 lots de planches par semaine. Pour fabriquer une armoire, il faut 3 heures et 3 lots de planches, pour fabriquer un buffet il faut 5 heures et 2 lots de planches. Soit x le nombre d'armoires fabriquées et y celui de buffets fabriqués par semaine.

On admet que les nombres x et y doivent vérifier le système (S) suivant, avec x et y entiers :

$$(S) \begin{cases} 3x + 5y \leq 40 \\ 3x + 2y \leq 25 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

1. (a) On a représenté sur le graphique en **annexe 1** les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' d'équations respectives :

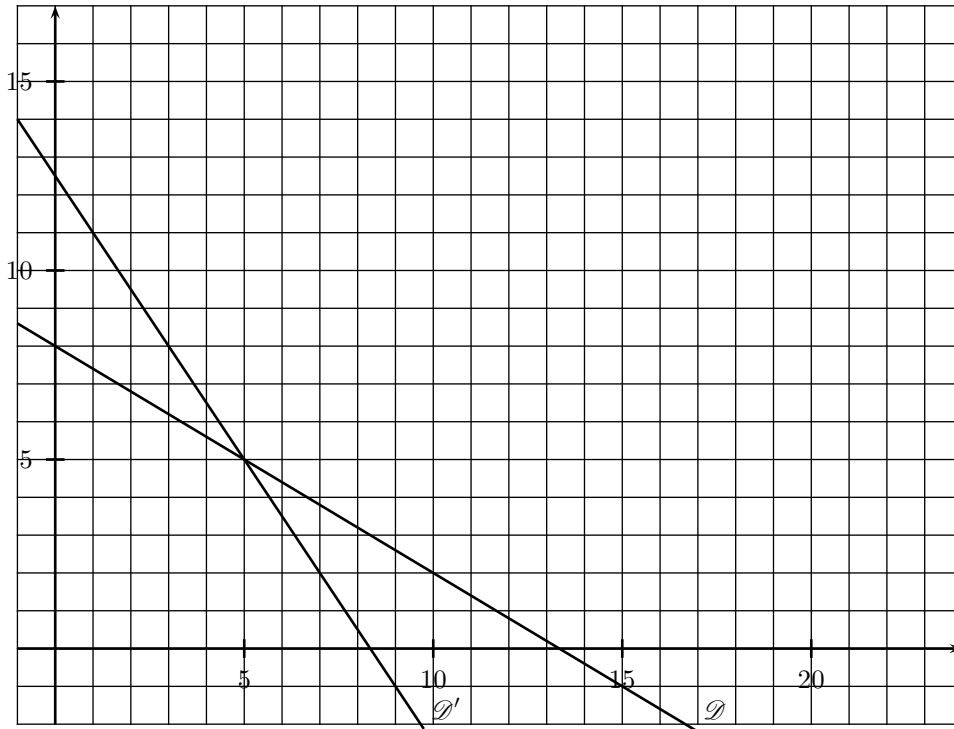
$$y = -\frac{3}{5}x + 8 \text{ et } y = -\frac{3}{2}x + \frac{25}{2}.$$

En transformant les deux premières inéquations du système, montrer que ces droites permettent la résolution graphique du système (S) .

Résoudre alors graphiquement le système (S) . (On hachurera les zones du plan qui ne conviennent pas).

- (b) À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes en une semaine :
- le menuisier peut-il fabriquer 3 armoires et 6 buffets en ?
 - Le menuisier fabrique 5 armoires; combien peut-il fabriquer de buffets au maximum ?
2. Une armoire est vendue 200 euros, un buffet 280 euros. On suppose que toute la production est vendue.
- (a) Exprimer en fonction de x et de y le chiffre d'affaires R du menuisier.
- (b) Le menuisier utilise un tableur pour déterminer le couple (x, y) qui lui fournira le chiffre d'affaires maximum. On suppose que toute sa production sera vendue. On donne en **annexe 2** la feuille de calcul du menuisier. Par exemple, la cellule $E6$ donne le chiffre d'affaires correspondant à la vente de 2 armoires et 3 buffets.
- Pour remplir son tableau, le menuisier a rentré les prix de vente dans les cellules $B1$ et $F1$, puis a rentré une formule dans la cellule $B4$ et a effectué un « copier-glisser » dans les cellules du tableau. Donner une formule possible rentrée par le menuisier en $B4$.
- (c) Dans le tableau, certaines cellules correspondent à des valeurs de x et de y que le menuisier ne peut pas produire simultanément (par exemple il ne peut pas produire 8 armoires et 7 buffets). Barrer les cellules correspondant aux valeurs de x et de y que le menuisier ne peut pas produire.
- (d) En déduire le chiffre d'affaires maximum possible et indiquer les valeurs de x et de y correspondantes.
3. Le menuisier veut savoir s'il peut espérer un meilleur chiffre d'affaires avec un prix de 260 euros pour l'armoire et 220 euros pour le buffet.
- Peut-il modifier rapidement sa feuille de calcul pour obtenir la réponse? Si oui, donner la ou les modifications.

Annexe 1



Les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' .

Annexe 2

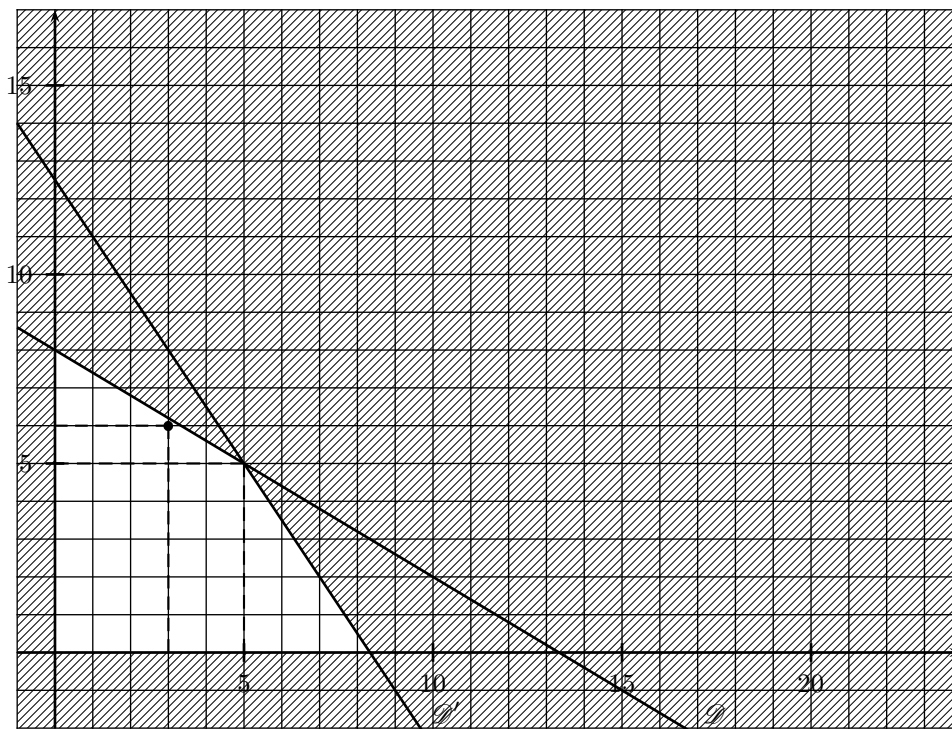
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	
1	Prix d'une armoire :	200	Prix d'un buffet :			280						
2												
3	$x \backslash y$	0	1	2	3	4	5	6	7	8		
4	0	0	280	560	840	1120	1400	1680	1960	2240		
5	1	200	480	760	1040	1320	1600	1880	2160	2440		
6	2	400	680	960	1240	1520	1800	2080	2360	2640		
7	3	600	880	1160	1440	1720	2000	2280	2560	2840		
8	4	800	1080	1360	1640	1920	2200	2480	2760	3040		
9	5	1000	1280	1560	1840	2120	2400	2680	2960	3240		
10	6	1200	1480	1760	2040	2320	2600	2880	3160	3440		
11	7	1400	1680	1960	2240	2520	2800	3080	3360	3640		
12	8	1600	1880	2160	2440	2720	3000	3280	3560	3840		

Le nombre d'armoires fabriquées est x et le nombre de buffets fabriqués est y .

1. (a) On a :

$$(S) \begin{cases} 3x + 5y \leq 40 \\ 3x + 2y \leq 25 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 5y \leq -3x + 40 \\ 2y \leq -3x + 25 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y \leq -\frac{3}{5}x + 8 \\ y \leq -\frac{3}{2}x + \frac{25}{2} \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Il faut donc hachurer les zones du plan au-dessus de \mathcal{D} mais aussi celle au-dessus de \mathcal{D}' .



- (b) – Oui le menuisier peut fabriquer 3 armoires et 6 buffets, car le point de coordonnées (3,6) est dans la zone non-hachurée.
 - Si le menuisier fabrique 5 armoires, alors il peut fabriquer 5 buffets au maximum.
2. (a) Etant donné qu'une armoire est vendue 200 euros et qu'un buffet est vendu 280 euros, x étant le nombre d'armoires vendues et y le nombre de buffets vendus on a :

$$R = 200x + 280y.$$

(b) Il faut saisir une formule qui puisse après un « copier-glisser » donner le chiffre d'affaires réalisé, on adapte au tableur la formule $R = 200x + 280y$.

On remarque que :

- les prix de vente sont respectivement dans les cellules B1 et F1, il s'agit de références absolues on utilisera \$B\$1 et \$F\$1 ;
- le nombre d'armoires est donné dans la colonne A de A4 à A12, il s'agit d'un référence semi-absolue en colonne (c'est-à-dire la colonne doit rester A alors que la ligne devra varier de 4 à 12) on utilisera \$A4
- le nombre de buffets est donné dans la ligne 3 de B3 à J3, il s'agit d'un référence semi-absolue en ligne (c'est-à-dire la ligne doit rester 3 alors que la colonne devra varier de B à J) on utilisera B\$3.

Dans la cellule B4 on peut donc saisir la formule = \$B\$1 * \$A4 + \$F\$1 * B\$3 puis l'étendre au reste du tableau.

(c) A l'aide d'une lecture sur le graphique de la question 1 on peut déduire que si :

- $x = 0$ alors y est un entier inférieur ou égal à 8 ;
- $x = 1$ alors y est un entier inférieur ou égal à 7 ;
- $x = 2$ alors y est un entier inférieur ou égal à 6 ;
- $x = 3$ alors y est un entier inférieur ou égal à 6 ;
- $x = 4$ alors y est un entier inférieur ou égal à 5 ;
- $x = 5$ alors y est un entier inférieur ou égal à 5 ;
- $x = 6$ alors y est un entier inférieur ou égal à 3 ;
- $x = 7$ alors y est un entier inférieur ou égal 2 ;
- $x = 8$ alors y est un entier égal à 0.

On obtient donc :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Prix d'une armoire :	200	Prix d'un buffet :			280				
2										
3	$x \backslash y$	0	1	2	3	4	5	6	7	8
4	0	0	280	560	840	1120	1400	1680	1960	2240
5	1	200	480	760	1040	1320	1600	1880	2160	2440
6	2	400	680	960	1240	1520	1800	2080	2360	2640
7	3	600	880	1160	1440	1720	2000	2280	2560	2840
8	4	800	1080	1360	1640	1920	2200	2480	2760	3040
9	5	1000	1280	1560	1840	2120	2400	2680	2960	3240
10	6	1200	1480	1760	2040	2320	2600	2880	3160	3440
11	7	1400	1680	1960	2240	2520	2800	3080	3360	3640
12	8	1600	1880	2160	2440	2720	3000	3280	3560	3840

Avec un tableur, on aurait pu utiliser l'instruction SI, il aurait suffi de saisir la formule =SI((3*\$A4+5*B\$3<=40) ET (3*\$A4+2*B\$3<=25);\$B\$1*\$A4+\$F\$1*B\$3;" ") dans la cellule B4 puis de l'étendre au reste du tableau.

(d) Le chiffre d'affaires maximum possible est de 2 400 €, pour les valeurs $x = 5$ et $y = 5$

13	Chiffre affaire max :	2400								
----	-----------------------	------	--	--	--	--	--	--	--	--

Avec un tableur, on aurait pu utiliser l'instruction MAX, il aurait suffi de saisir la formule =MAX(B4 :J12) dans la cellule B13.

3. Oui il le peut, il lui suffit de modifier les valeurs des cellules B1 et F1. En effet les formules utilisant les prix d'une armoire et d'un buffet utilisent les références absolues.