

Vendredi matin un peu avant 9h00, vous vous rendez au bureau de votre professeur de mathématiques pour lui poser des questions concernant votre DM. Après avoir frappé à sa porte sans réponse vous vous décidez de la pousser. C'est là que vous découvrez son corps gisant par terre dans la poussière de craie. Rapidement vous prévenez la police et leurs experts relèvent immédiatement différents indices dont :

- la température du corps à 9h00 est de 26.6 C ;
- la température du corps à 10h00 est de 25.5 C ;
- la température de la pièce est de 21.1 C.

Vous vous rendez vite compte que pour la police vous êtes le principal suspect, vous avez besoin d'un solide alibi. La veille au soir vous avez étudié jusqu'à minuit mais vous ne savez pas si cela va suffire à vous disculper. Vous devez absolument connaître l'heure de la mort. Sachant que La variation de la différence entre la température du corps et celle de la pièce est proportionnelle à cette différence. On établit une équation différentielle.

On désigne par  $\theta(t)$  la température du corps en °C à l'instant  $t$  en heures. On obtient  $\frac{d\theta}{dt} = a(\theta - 21.1)$  avec  $a$  une constante à déterminer.

On peut noter l'équation différentielle ainsi :

$$(E) : \theta' - a\theta = -21.1a$$

1. Actuellement il est un peu tôt dans l'année pour que vous puissiez résoudre une telle équation différentielle. La solution de cette équation différentielle, vérifiant les conditions initiales est  $\theta$  la fonction définie sur l'intervalle  $\mathbb{R}$  par

$$\theta(t) = 41 \exp(-0,223t) + 21,1.$$

2. Étude d'une fonction.

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $[3.5; 12]$  par

$$f(t) = 41 \exp(-0,223t) + 21,1.$$

- (a) Étudier les variations de  $f$ .
- (b) Dans repère orthogonal  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  tracer  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$ . Placer l'origine au point  $(3.5; 20)$  et unités graphiques en abscisse 1 cm pour 0,5 h en ordonnée 1 cm pour 1°C.
- (c) Déterminer graphiquement une valeur approchée à  $10^{-1}$  près du réel  $t_1$  tel que  $f(t_1) = 37,2$ .

3. À l'aide de ce qui précède déterminer l'heure approximative du décès. Votre alibi sera-t-il suffisant ?